

## **Alle machen Fehler? Die klassische Fehlerrechnung neu gedacht**

### **Das Problem mit den (Mess-)Fehlern**

Messfehler – oder genauer gesagt Messunsicherheiten – sind im Physikunterricht und physikalischen Praktikum selten willkommen. Wenn überhaupt werden sie meist zu Ende des Experimentes zügig abgehandelt, da für eine intensivere Diskussion an dieser Stelle auch meist die Zeit fehlt. Allerdings taucht die Notwendigkeit, die Unsicherheit beim Messen explizit zum Thema zu machen, nicht erst bei der Ergebniskorrektur oder der Rechtfertigung eines halbgenauen Endwertes auf. Sie ist vielmehr elementarer Bestandteil jeder experimentellen Entscheidungssituation während des gesamten Experimentierprozesses, beispielsweise bei den Fragen:

- Wie exakt ist die gesuchte Messgröße definiert?
- Wie stabil erscheint der Messaufbau? Wie vertrauenswürdig sind die Messinstrumente?
- Wie viele signifikante Stellen sollen angegeben werden (digitale Anzeige)? Wie genau lässt sich der Messwert ablesen (analoge Anzeige)?
- Wird die Messunsicherheit durch eine Wiederholung der Messung geringer?
- Wie viele Stellen sollen bei einer indirekt bestimmten Messgröße oder einem Mittelwert angegeben werden?
- Stimmt der erhaltene Wert mit dem erwarteten / mit dem meiner Nachbargruppe / mit meinen Vorüberlegungen überein?

Die Reflexion der Unsicherheit beim Messen hat entsprechend wesentliche Bedeutung für die Kompetenzentwicklung der Lernenden in Bezug auf ihr experimentelles Handeln, prozedurales Verstehen und ihre Bewertungskompetenz. Wie lassen sich entsprechende Lerngelegenheiten im Unterricht einbauen? Auf welche Vorstellungen und Kompetenzen der Lernenden lässt sich dabei aufbauen? Mit welchen konträren Vorstellungen muss man sich gegebenenfalls auseinandersetzen? Die folgende Diskussion zeigt einen zur konventionellen Fehlertheorie alternativen Weg auf, Messunsicherheiten im Physikunterricht konstruktiv zu begegnen und sie zum Ausgangspunkt des Lernens über die experimentellen Naturwissenschaften und die Bewertung von Messdaten zu machen. Dabei werden bereits bestehende Forschungsergebnisse zu Lernendenvorstellungen zum Umgang mit Messdaten und ihren diesbezüglichen grundlegenden Kompetenzen einbezogen.

### **Zwei Grundausrichtungen: empirisch und fachlich**

Sowohl in den bisherigen empirischen Studien als auch von fachlicher Seite lassen sich zwei elementar unterschiedliche Grundausrichtungen im Reden über Messfehler differenzieren: Lubben und Millar (1996) sowie Allie et al. (1998) und Heinicke (2012) stellten in einer Befragung unter Schülerinnen und Schülern und Physikstudierenden fest, dass die meisten von ihnen das Ergebnis einer Messung durch einen reinen Zahlenwert (*point*) repräsentiert sahen. In der Konsequenz legten für diese Lernenden wiederkehrende Zahlenwerte innerhalb einer Messreihe nahe, dass es sich bei diesen um den gesuchten, wahren Wert der Messgröße handele. Nur exakt gleiche Endergebnisse bedeuteten experimentelle Übereinstimmung. Demgegenüber steht ein als *Set-Paradigma* bezeichnetes Verständnis. Dies beschreibt die Vorstellung, dass das Ergebnis einer Messung durch ein *Set*, eine Gesamtheit von Messdaten beschrieben wird, deren bester Repräsentant (oftmals der Mittelwert) die gesuchte Messgröße bestmöglich beschreibt. Auf eine Einzelmessung bezogen bedeutet dies, das Ergebnis der Messung als ein „Set“, also ein Wertintervall in Frage kommender Werte zu

verstehen. Aus fachlicher Sicht spiegelt sich das Set-Verständnis im bayes'sch geprägten ISO-Leitfaden zur Ermittlung der Unsicherheit beim Messen (GUM) wider (s. Infokasten).

### Ansatz nach GUM

In Bezug auf Unterricht und Lehre lässt sich dieser Ansatz nach GUM als Alternative zur konventionellen Fehlertheorie entwickeln. Der hier vorgestellte Ansatz unterscheidet sich dabei, wie diskutiert, in seiner *Grundausrichtung*, aber auch in *Strategie* und *Ziel* vom konventionellen: Beispielsweise ist der konventionelle Umgang mit Messunsicherheiten (üblicherweise dort *Messfehler* genannt) geprägt durch eine Strategie der getrennten Evaluation von Ergebniswert und Messfehler. Das Ziel wird dadurch meist limitiert auf einen Ergebnisvergleich innerhalb dieser Fehlergrenzen. Im alternativen Ansatz hingegen wird die Information der Messung ganzheitlich als Werteintervall aller in Frage kommenden Werte beschrieben. Als Ziel steht hier die Beurteilung der Qualität der Messung anhand der Breite des Intervalls oder der Vergleich zweier Werteintervalle bezüglich ihrer Übereinstimmung:

*GUM: Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*

Auf Betreiben aus Forschung und Industrie veröffentlichten ISO/BIPM in den 1990er Jahren einen „Leitfaden zur Unsicherheit beim Messen“. Grundlage ist eine bayes'sche Interpretation des Wahrscheinlichkeitsbegriffs und die Berücksichtigung von mehr Wahrscheinlichkeitsverteilungen als nur die Normalverteilung.

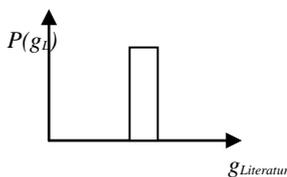
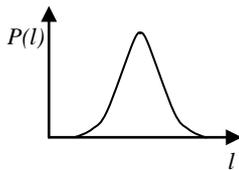


Abb. 1: Das Ergebnis als Werteintervall mit zugehöriger Vertrauensangabe (Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung) für die Beispiele Messung einer Länge  $l$  oder Literaturwert zur Erdbeschleunigung  $g$ .

*Grundausrichtung:* Anstelle von reinen Zahlenwerten wird das Ergebnis einer Messung als Werteintervall notiert. Dies kann als eindimensionales Intervall geschehen oder auch als graphische Darstellung des Vertrauens in die Werte innerhalb des Intervalls in Form einer Wahrscheinlichkeitsfunktion (vgl. Abb. 1).

*Strategie:* Als Ziel der experimentellen Auseinandersetzung mit der gesuchten Messgröße liegt hier die Optimierung der Genauigkeit der Information nahe, die durch die Breite der Werteintervalls, bzw. Wahrscheinlichkeitsfunktion charakterisiert wird.

*Ziel:* Anhand der Intervalldarstellung lassen sich Ergebnisse anschaulich vergleichen und diskutieren, beispielsweise anhand des Überlapps zweier Intervalle. Auch wissenschaftliche Ergebnisse (Literaturwerte) lassen sich in diese Betrachtung leicht integrieren, indem sie ebenfalls als Werteintervalle dargestellt werden (beispielsweise die Erdbeschleunigung  $g$  zum angegebenen Literaturwert  $9,81 \text{ m/s}^2$  als Intervall zwischen  $9,805$  und  $9,814 \text{ m/s}^2$ )

### Ergebnisse der bisherigen empirischen Untersuchungen

In einer schriftlichen Studie wurden über 200 Schülerinnen und Schüler der 8. Klasse zu ihren Vorstellungen im Umgang mit Messdaten und Messunsicherheiten befragt. In zwei der Klassen wurden die Lernenden außerdem gebeten, Informationen in Form von Werteintervallen und Wahrscheinlichkeitsfunktionen darzustellen. Die Ergebnisse zu ersterem wurden oben bereits gestreift. Für die Frage nach der Umsetzbarkeit des vorgeschlagenen alternativen Ansatzes sind allerdings auch die Ergebnisse zum zweiten Punkt von entscheidender Bedeutung. Die Lernenden wurden innerhalb der Erhebung gebeten, gegebene Wahrscheinlichkeitsverteilungen zu interpretieren, selbständig Informationen in Form von Werteinter-

vallen und Wahrscheinlichkeitsfunktionen darzustellen und schließlich weitere Informationen in diese Darstellung einzubetten. Die Antworten und Zeichnungen der Befragten zeigten in der überwiegenden Mehrheit eine weitreichende Kompetenz im Umgang mit dieser Darstellungsform, beispielsweise in dieser für viele Antworten repräsentativen Rückmeldung zur Interpretation einer Rechteckverteilung: „...dass die Wahrscheinlichkeit ... gleich ist und [beim Wert  $x$ ] erst beginnt“. Die in Abb.2 dargestellte selbstgezeichnete Verteilung wurde mit der Erläuterung versehen: „Die meisten [Ergebniswerte] liegen um das Fähnchen herum! Deswegen ist der Graph dort am höchsten.“ Zusätzliche Informationen wurden ebenfalls eingebettet und führten in allen Fällen zu einer Veränderung der gezeichneten Verteilung.

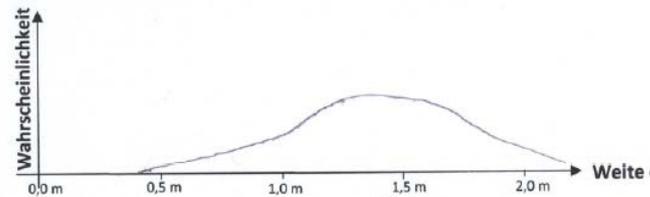


Abb. 2: Auszug aus einem Fragebogen der empirischen Studie Darstellung von Information als Wahrscheinlichkeitsverteilung.

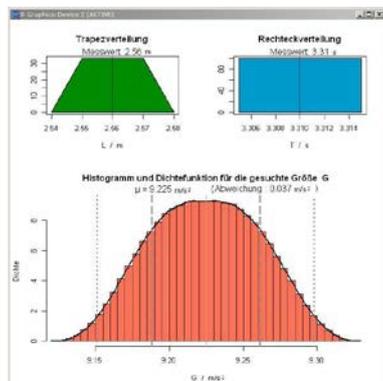


Abb. 3: Darstellung von Input- und Outputverteilungen erstellt durch die beschriebene Software.

Gerade für höhere Klassenstufen und Hochschulpraktika wäre es hier geboten, im nächsten Schritt die Kombination der Wahrscheinlichkeitsverteilungen mehrerer Eingangsgrößen nach der entsprechenden Gleichung zur Verteilung der gesuchten (indirekt bestimmten) Messgröße zu kombinieren. Hierzu wird derzeit eine Online-Software entwickelt, deren In- und Output Abbildung 3 zu entnehmen ist. In unteren Klassenstufen könnte hier die vereinfachte Darstellung der Verteilung als Werteintervall ohne Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeit herangezogen und die Breite des resultierenden Ergebnisintervalls anhand von Minimum- und Maximumabschätzungen vorgenommen werden. Dazu werden nicht nur die Bestwerte der Eingangsgrößen in die Gleichung eingesetzt, sondern auch die Minimal-, bzw. Maximalwerte der Intervalle.

### Fazit

Die Diskussion der Unsicherheit einer Messung ist eine wichtige Lerngelegenheit für Schülerinnen und Schüler, um ihre Bewertungskompetenz, um ihren kritischen Umgang mit Datenmaterial und ihr Verständnis von der Natur und Arbeitsweise der Naturwissenschaften zu fördern. Anhand gängiger Experimentiersituationen und am besten offenen Aufgabenstellungen entwickelt sich die Betrachtung der begrenzten experimentellen Genauigkeit von einem ungeliebten Gast zu einem entscheidenden Faktor im Erkenntnisprozess.

### Literatur

- Allie, S., Buffler, A., Kaunda, L., Campbell, B., & Lubben, F. (1998). First year physics students' perceptions of the quality of experimental measurements. *International Journal of Science Education*, 20(4), 447-459.
- Heinicke, S. (2012). Aus Fehlern wird man klug. Eine Genetisch-Didaktische Rekonstruktion des Messfehlers. Berlin: Logos.
- Lubben, F. & Millar, R. (1996). Children's ideas about the reliability of experimental data. *International Journal of Science Education*, 18(8), 955-968.