Stephanie Trump
Andreas Borowski
Universität Potsdam

Mathematik in der Physik der Sekundarstufe II - Wie und Welche?

Eine Lücke in den Bildungsstandards der Physik der Sek II

Als Sprache der Physik spielt Mathematik eine zentrale Rolle sowohl beim Lernen der Physik als auch beim Lösen physikalischer Probleme. Schulstandards betonen dabei zwar die essentielle Bedeutung von Mathematik in Physik, geben jedoch keine detaillierten Informationen über die notwendige Mathematik oder die Art und Weise ihrer Verwendung an. Letzteres impliziert dabei vor allem notwendige sowie zu vermittelnde Fertigkeiten für einen flexiblen Umgang. Diese fehlenden Informationen sind jedoch von besonderem Interesse, da sie dazu beitragen, den bei Schülerinnen und Schülern vorhandenen Problemen hinsichtlich der Anwendung von Mathematik in Physik zielorientiert und interdisziplinär entgegenwirken zu können. Der vorliegende Beitrag stellt ein normatives Modell zur Beschreibung des mathematischen Modellierens beim Lösen physikalischer Problemstellungen sowie dessen Validierung anhand einer Think-aloud-Studie mit Experten vor.

Ein Modell zum mathematischen Modellieren in der Physik

Ein mathematisches Verständnis ist für das Lernen, Verstehen und Problemlösen in der Schulphysik aber auch Fachphysik als unabdinglich anzusehen (u. a. Uhden, 2012; Trump & Borowski, 2013). Insbesondere die Fähigkeit, ein Problem in ein mathematisches Modell zu überführen - als Mathematisierung bezeichnet (Blum, 2007) –, kann in diesem Zusammenhang als ein wesentlicher Teil der physikalischen Methodik und Erkenntnisgewinnung verstanden werden (u. a. Uhden, 2012; Krey & Mikelskis, 2009). Es zeigt sich, dass Mathematik in Physik jedoch einen eigenen Dialekt besitzt (siehe u. a. Trump & Borowski, 2013). Dies bedeutet, dass ein Mathematikunterricht mit den geforderten Zielen der KMK (2004) für einen flexiblen Umgang mit Mathematik nur sensibilisieren kann. Dem Physikunterricht selbst ist jedoch die Aufgabe zuzuschreiben, daran anzuknüpfen.
Auf Basis der Kognitionspsychologie hinsichtlich des Wahrnehmungsprozesses, des mathematikdidaktischen Modellierungskreislaufs von Borromeo Ferri (2011) und des physikdidaktischen Modellierungskreislaufs von Uhden (2012) wurde daher ein Modell entwickelt, dass die flexible Anwendung von Mathematik bei physikalischen Problemstellungen - speziell abgebildet in Physikaufgaben - der Sekundarstufe II beschreibt (vgl. Abb. 1). Eine mathematische Bearbeitung einer physikalischen Problemstellung in Form einer Aufgabe äußert sich dabei wie folgt: (1) Eine Situation, abgebildet in einem Text und/oder Bild, muss auf Basis des beim Individuum vorhandenen Wissens wahrgenommen und verstanden werden. Hierbei konstruiert er eine mentale Situations-Repräsentation, die den beschriebenen Sachverhalt in reduzierter Komplexität als inneren handlungsrelevanten Gegenstand darstellt. (2) Diese entwickelt sich in einem nächsten Schritt aufgrund der Fokussierung relevanter Aspekte auf Basis des physikalischen Wissens zu einer mentalen Problem-Repräsentation. Sie weist Lücken auf, die es mit Mathematik zu schließen gilt. Die Fokussierung führt zu einer Strukturierung und Idealisierung des Problems. (3) Im Anschluss daran werden diese Aspekte in eine mathematische Darstellung transformiert, innerhalb derer durch mathematisches Arbeiten (4) ein mathematisches Ergebnis generiert wird. (5) Dieses gilt es in Bezug auf die Situation bzw. das Problem zu interpretieren, indem es mit physikalischer Bedeutung beladen wird. Im Zuge dessen wird daher von „Physikalisieren“ gesprochen. Entspricht das erhaltene Ergebnis nicht den Erwartungen, gilt es dieses zu prüfen und zu kontrollieren (6).

Erschienen in: S. Bernholt (Hrsg.) (2015). Heterogenität und Diversität - Vielfalt der Voraussetzungen im naturwissenschaftlichen Unterricht. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik, Jahrestagung in Bremen 2014. Kiel: IPN.

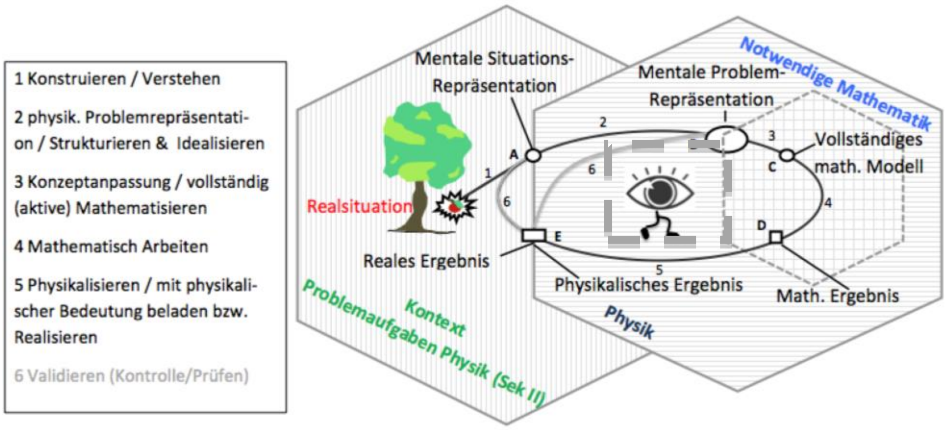

Abbildung 1: Problemlöseprozess zur Modellierung physikalischer Problemstellungen mit Mathematik (Hinweis: Die grauen Linien mit den Ziffern „6“ sind Bestandteil des theoretisch entwickelten Modells vor der Modellvalidierung (vgl. Empirischen Teil). Diese sind aufgrund der Validierungsergebnisse durch das „beobachtende bewegte Auge“ ersetzt worden.)

Folgenden Fragen wurde im Rahmen dieser Arbeit nachgegangen:
FF1: Inwieweit sind die Zustände des Modellierungskreislaufs in den Lösungen der Problemlöser rekonstruierbar?
FF2: Lässt sich in den Lösungen der Probanden ein signifikant häufiger Wechsel zwischen benachbarten Zuständen als zwischen nicht benachbarten Zuständen beobachten?

Stichprobe und Design

Zur Validierung des Modells wurden insgesamt N = 33 Expertenlösungen zu zwei verschiedenen physikalischen Problemstellungen (Sek II) mit der Think-aloud Methode erhoben und einer deduktiven Kategorienbildung (Mayring, 2010) unterzogen. Die Kategorien wurden auf Basis der Modellbeschreibung von Borromeo Ferri (2011) und Erkenntnissen der Kognitionspsychologie zum Wahrnehmungsprozess und zu mentalen Modellen (u. a. Johnson-Laird, 1983) entwickelt. Sie umschreiben jeden Zustand (A-E) durch mögliche Tätigkeiten der Probanden und wurden anhand von N = 10 Expertenlösungen (je 5 pro Aufgabe) ausgearbeitet. Um den Prozess des Validierens, also des erneuten Durchlaufens des Modells beobachten zu können, wurde ein Scheinzustand „F“ hinter den Zustand „E“ eingeführt. Als Problemstellungen wurden zwei Abituraufgaben, die verschiedene Aspekte der Anwendung von Mathematik (Mathematisierung und Interpretation) und damit auch verschiedene Herangehensweisen beim Lösen dieser abbilden, herangezogen. Kriterien, wie „zeitlicher Umfang“, „keine mathematischen Routineaufgabe“, „vorhandener Kontext“ waren u. a. für die Auswahl bedeutend. Als Experten wurden Probanden mit einer umfassenden physikalischen Vorbildung gewählt (Physikdoktoranden), um einen Soll-Zustand eines flexiblen Umgangs mit Mathematik in Physik in dem Modell abbilden zu können. Der Ablauf der Erhebung kann bei Trump & Borowski (2013) nachgelesen werden.

Empirische Erkenntnisse

FF 1: Das Manual zur Rekonstruktion der Zustände des Kreislaufs zeigt für beide Aufgaben gute Interrater-Übereinstimmungen (κ = .73*; .75*). Die Zustände konnten somit in den Lösungen der Experten auf Basis dieses Manuals rekonstruiert werden.
FF 2: Abbildung 2 stellt die Zustandswechsel für beide Aufgabentypen dar. Es konnte festgestellt werden, dass für zwei sich in der Schrittfolge stark unterscheidende Aufgabentypen

(siehe Abb.2) benachbarte Zustandswechsel (umrandete Balken) signifikant häufiger zu beobachten waren als nicht benachbarte (einseitiger T-Test, abh. Stichprobe, p<.001, d>1,89). Die kreislaufartige Darstellung ist somit gerechtfertigt. Hinsichtlich der Kontrolle (Validierung) des Ergebnisses (kursiv, fett) wird weder Zustand A noch B präferiert. So können vielmehr alle Zustände Ausgangspunkt einer Validierung sein. Das Modell wurde daher modifiziert und ein beobachtendes Auge anstelle der Verbindungslinien „6“ eingefügt (vgl. Abb.2).

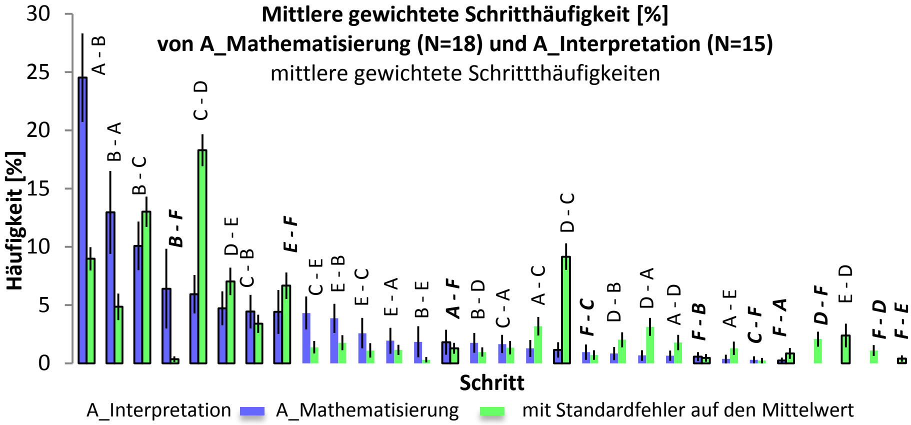

Abbildung 2: Auswertung der Schritt / Zustandswechsel für beide Aufgaben

Zusammenfassung und Ausblick

Das theoretisch entwickelte Modell zur Beschreibung eines flexiblen Umgangs mit Mathematik bei physikalischen Problemstellungen konnte bis auf die Phase der Kontrolle bzw. Prüfung (Validierung) erfolgreich empirisch nachgewiesen werden. Es besteht nun die Möglichkeit, Teilkompetenzen zum mathematischen Modellieren in der Physik zu benennen. Hierdurch wird ein Instrument bereit gestellt, auf dessen Basis Aufgaben konstruiert, SuS-Lösungen analysiert und Probleme diagnostiziert werden können.
Derzeit wird die Existenz der einzelnen Phasen anhand bestehender Physik-Abituraufgaben geprüft. Des Weiteren werden die nicht erfolgreichen Expertenlösungen untersucht, um weitere Hinweise für die Schwierigkeiten beim Mathematisieren zu erhalten (siehe Uhden, 2012).

Literatur

Blum, W. (2007). Mathematisches Modellieren – zu schwer für Schüler und Lehrer? In Beiträge zum Mathematikunterricht 2007b. Hildesheim: Franzbecker, S.3–12.

Borromeo Ferri, R. (2011). Wege zur Innenwelt des mathematischen Modellierens: Kognitive Analysen von Modellierungsprozessen im Mathematikunterricht. Wiesbaden: Vieweg und Teubner.

Johnson-Laird, P.N. (1983). Mental models. Cambridge, MA: Cambridge University Press.

[KMK]. (2004). Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Physik. Neuwied: Luchterhand.

Krey, U. & Mikelskis H. F. (2009): Zur Rolle der Mathematik in der Physik. In D. Höttecke (Ed.), Entwicklung naturwissenschaftlichen Denkens zwischen Phänomen und Systematik. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik. Jahrestagung in Dresden 2009. Münster: Lit Verlag.

Mayring, P. (2010). Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken. 11. Auflage. Weinheim and Basel: Beltz.

Trump, S. & Borowski, A. (2013): Notwendige Mathematik in der Physik (Sek II). In: S. Bernholt (Hrsg.) Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik: Inquiry-based Learning - Forschendes Lernen. S. 590 – 592. Berlin: Lit., Pdf. unter: http://www.gdcp.de/images/tagungsbaende/GDCP_Band33.pdf; (10/2013).

Uhden, O. (2012). Mathematisches Denken im Physikunterricht: Theorieentwicklung und Problemanalyse. Berlin: Logos Verlag.