Stephanie Trump
Andreas Borowski
Universität Potsdam

Modellieren physikalischer Problemstellungen – Zwischen Strukturiertheit und Individualität

Kurzfassung
Die mathematische Modellierung physikalischer Probleme stellt eine an Universitäten implizit vorausgesetzte Fähigkeit dar, die in den Bildungsstandards der Physik der Sekundarstufe II derzeit jedoch noch nicht näher expliziert wird. Aufgrund bestehender Probleme bei Lernenden der Schule und Hochschule wird eine Ausformulierung dieser aber nahezu gefordert. Der nachfolgende Artikel stellt ein in ersten Schritten evaluiertes Modell vor, das den modellierenden Umgang mit Mathematik in Physik in seinen einzelnen Prozessen und Zuständen beschreibt und damit eine Grundlage zur Benennung dieser Fähigkeit bildet. Der Artikel fokussiert dabei insbesondere die Strukturiertheit dieses Prozesses, die sich trotz der Individualität einzelner Lösungsprozesse in den Analysen von N = 32 erfolgreichen, mittels der Think-Aloud Methode erhobenen und manaualbasiert ausgewerteten Expertenlösungen zeigt.

Theoretische Basis
Mathematische Modelle sind ein essentieller Bestandteil der Physik (u.a. Angell, Kind, Henriksen, & Guttersrud, 2008). Die Fähigkeit diese Modelle aus einem Sachverhalt zu generieren und zu interpretieren – auch als Modellieren bezeichnet – ist somit unabdinglich und gilt es auch bereits im Physikunterricht angemessen zu berücksichtigen (Schecker, Fischer & Wiesner, 2004). Eine Ausformulierung dessen findet sich in den Bildungsstandards der Physik für die Sekundarstufe I noch II jedoch nicht wieder, obwohl auch hier die Mathematik und speziell das Mathematisieren als wesentliches Merkmal dieser Fachwissenschaft hervorgehoben werden (KMK, 2004). Dass es angemessen scheint, sich mit dieser Thematik bzw. Problematik auseinander zusetzen spiegelt sich insbesondere in bestehenden Problemen bei Schülerinnen und Schülern, wie aber auch Studentinnen und Studenten der ersten Semester wieder. Sie haben besonders Schwierigkeiten dabei, Mathematik auf reale Probleme (unter denen auch physikalische Probleme zu fassen sind) die Modellieren und inhaltliche Vorstellungen fordern, zu übertragen (u.a. TIMSS III, Baumert et al., 2000; Pospiech & Uhden, 2011; Erickson, 2006).
Da die Erkenntnisse der Wahrnehmungspsychologie, des Situierten Lernens, der Physikdidaktik und auch der Expertiseforschung dafür sprechen, dass die Mathematik und ihre modellierende Anwendung fachspezifisch vermittelt werden sollte (siehe Trump, vor. 2015, Trump & Borowski, 2015), wurde ein Modell entwickelt, dass den mathematisch modellierenden Umgang bei physikalischen Problemstellungen in seinen einzelnen Zuständen und Prozessen einer Problemmodellierung beschreibt, dabei insbesondere das physikalische Wissen mit einbezieht und schließlich notwendige Fertigkeiten bei einer Problemmodellierung aufdeckt (vgl. Abbildung 1). In Kürze beschrieben, läuft der Prozess dabei wie folgt ab: Eine gegebene Situation muss auf Basis des beim Individuum vorhandenen Wissens wahrgenommen und verstanden werden. Hierbei konstruiert dieses eine *Mentale Situations-Repräsentation* (1), die den beschriebenen Sachverhalt in reduzierter Komplexität als inneren handlungsrelevanten Gegenstand darstellt. (2) Diese entwickelt sich in einem nächsten Schritt aufgrund der Fokussierung relevanter Aspekte auf Basis des physikalischen Wissens zu einer *Mentalen Problem-Repräsentation*. Sie weist Lücken auf, die es mit Mathematik zu schließen gilt. Die Fokussierung führt zu einer Strukturierung und Idealisierung des Problems. (3) Im Anschluss daran werden diese Aspekte in eine von der Physik losgelöste ma-

thematische Darstellung transformiert, innerhalb derer durch mathematisches Arbeiten (4) ein *Mathematisches Ergebnis* generiert wird. (5) Dieses gilt es in Bezug auf die Situation bzw. das Problem zu interpretieren, indem es mit physikalischer Bedeutung beladen wird. Entspricht das erhaltene Ergebnis nicht den Erwartungen, gilt es dieses zu prüfen und zu kontrollieren (6).

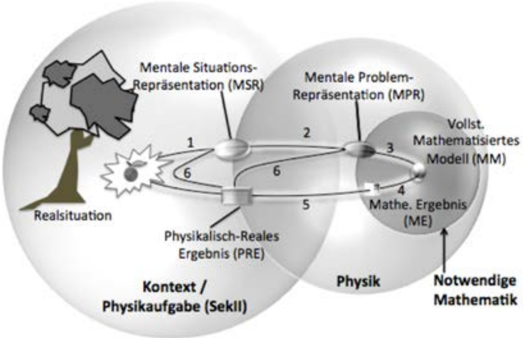

Abbildung 1: Physikalischer Modellierungskreislauf zum mathematischen Modellieren: (1) Konstruieren / Verstehen • (2) Physik. Problem-Repräsentation / Strukturieren & Idealisieren / Passives Mathematisieren • (3) Konzeptanpassung / Aktives Mathematisieren • (4) Mathematisch Arbeiten • (5) Physikalisieren / mit physikalischer Bedeutung beladen bzw. Realisieren • (6) Validieren (Kontrolle / Prüfen)

Als eines der wesentlichen Merkmale dieses Modells, ist die Annahme eines strukturierten Vorgehens, dargestellt durch eine kreislaufartige Darstellung der Lösungsschritte, hervorzuheben (wie u.a. auch bei Borromeo Ferri, 2011). Entsprechend der Expertise-Forschung, ist davon auszugehen, dass Personen, die in der Lage sind ein Problem zu lösen, ein strukturiertes Vorgehen vorweisen (u.a. Chi, Feltovich & Glaser, 1981). Rück- und Vorgriffe auf Zustände sind dabei aufgrund metakognitiver Strategien anzunehmen, weswegen das Modell auch als nicht chronologisch zu begreifen ist (u.a. Borromeo Ferri, 2011). Die Literatur verweist dabei häufig darauf, dass Modellierungskreisläufe individuell sind und eben nicht linear verlaufen (u.a. Borromeo Ferri, 2011). Dass diese Individualität aber dennoch nicht bedeutet kreuz und quer im Modell vorzugehen, sondern sehr wohl entsprechend der im Modell dargestellten Struktur, wurde bis jetzt nicht direkt untersucht.

Fragestellung

Lässt sich in den Lösungen der Probanden ein signifikant häufigerer Wechsel zwischen benachbarten Zuständen als zwischen nicht benachbarten Zuständen beobachten?

Stichprobe und Design

Insgesamt wurden zu zwei verschiedenen physikalischen Problemstellungen aus der Sekundarstufe II, N = 32 Expertenlösungen mit der Think-Aloud Methode erhoben und einer deduktiven Kategorienbildung (Mayring, 2010) unterzogen (Cohens Kappa: .76 bei n=10). Als Problemstellungen wurden zwei Abituraufgaben, die Mathematik verschieden für ihre Lösung heranziehen, verwendet. Als Experten wurden Probanden mit einer umfassenden physikalischen Vorbildung gewählt (Physikdoktoranden), um einen Soll-Zustand eines flexiblen Umgangs mit Mathematik in Physik in dem Modell abbilden zu können. Der detaillierte Ablauf der Erhebung kann in Trump & Borowski (vor. 2015) nachgelesen werden.

Auswertung der kodierten Transkripte

Die Auswertung der kodierten Zustände zeigt sowohl bei der Mathematisierungsaufgabe als auch bei der Interpretationsaufgabe ein häufigeres Auftreten an benachbarten Zuständen als bei nicht benachbarten Zuständen. Tabelle 1 gibt die Mittelwerte der relativen Schritthäufigkeiten über die jeweiligen Probanden mit Fehlergrenze für ein Konfidenzniveau von 95% an. Es wurde aufgrund der kleinen Stichprobe die t-Verteilung herangezogen.

Aufgabentyp	Benachbarte Schritte	Nicht benach. Schritte
Mathematisierung (n=18)	77,23% 4,33%	22,77% ± 4,33%
Interpretation (n=14)	71,86% 9,78%	28,14 ± 9,78%

Tabelle 1: Mittelwerte der relativen Schritthäufigkeiten mit Fehlergrenze für ein Konfidenzniveau von 95% ($t_{Mathematisierungsaufgabe}(17) = 2,11$; $t_{Interpretationsaufgabe}(13) = 2,16$)

Der zweiseitige parametrische t-Test für abhängige Stichproben ergibt dabei für beide Aufgaben einen statistisch höchst signifikanten Unterschied zwischen Schritten benachbarter Zustände und nicht benachbarter Zustände mit großem Effekt ($t_{Mathematisierung}(17) = 13.12$ $p < .001$, $r = 0.84$ und $t_{Interpretationsaufgabe}(14) = 4.83$; $p < .001$, $r = 0.54$). Es lässt sich dabei weiter für beide Aufgabentypen feststellen, dass Schritte zwischen benachbarten Zuständen vorwärts gerichteter Art (entsprechend des Modells im Uhrzeigersinn; sieben mögliche) höchst signifikant häufiger als rückwärts gerichteter Art (sieben mögliche) auftreten, wobei auch hier die Effektstärke jeweils hoch ist ($t_{Mathematisierung}(17) = 9.77$; $p < .001$, $r = 0.75$ und $z_{Interpretationsaufgabe,\ N = 14} = 3.30$; $p < .001$, $r = 0.62$).

Fazit und Ausblick

Auch wenn Modellierungskreisläufe individuell sind, verlaufen sie bei genauerem Hinsehen primär zwischen den im Modell dargestellten Pfaden. Eine kreislaufartige Darstellung findet somit ihre Rechtfertigung. Wie sich diese Strukturiertheit auch bei anderen Probandengruppen abbildet, gilt es nun weiter zu erarbeiten. Erste Arbeiten auf Basis dieses Modells liegen von Massolt (siehe Artikel in diesem Band) vor.

Literatur

Angell, C., Kind, P.M., Henriksen, E.K., & Guttersrud, Øystein, G. (2008). An empirical-mathematical modelling approach to upper secondary physics. Physics Education 43 (3), S. 256-264.

Baumert, J. Bos, W., Brockmann, J., Gruehn, S., Klieme, E., Köller, O. et al. (2002). TIMSS/III–Deutschland. Der Abschlussbericht – Zusammenfassung ausgewählter Ergebnisse der Dritten Internationalen Mathematik- und Naturwissenschaftsstudie zur mathematischen und naturwissenschaftlichen Bildung am Ende der Schullaufbahn. Eingesehen am 24.02.2015 http://www.landeselternrat-sachsen.de/fileadmin/ler/daten/07gesetz/02st udien/0011.TIMSSIII-Broschuere.pdfPospiech & Uhden, 2011.

Borromeo Ferri, Rita (2011). Wege zur Innenwelt des mathematischen Modellierens. Kognitive Analysen von Modellierungsprozessen im Mathematikunterricht. Wiesbaden: Vieweg Schecker, H., Fischer, H., & Wiesner, H. (2004). Physikunterricht in der gymnasialen Oberstufe. In: H.-E. Tenorth (Hrsg.), Kerncurriculum Oberstufe II. Expertisen – im Auftrag der KMK. Weinheim: Beltz, S. 148-234.

Erickson, T. (2006). Stealing from physics: modeling with mathematical functions in data-rich-contexts. Teaching Mathematics and its Applications. PDF unter http://teamat.oxfordjournals.org/content/25/1/23.long, S. 23-32. (Stand 3 / 2015).

[KMK] Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (2004). Einheitliche Prüfungsanforderungen in der Abiturprüfung Physik. Neuwied: Luchterhand.

Mayring, P. (2010). Qualitative Inhaltsanalyse: Grundlagen und Techniken (11. Aufl.). Weinheim: Beltz.

Trump, S. (vor. 2015). Mathematik in der Physik der Sekundarstufe II !? Eine systematische Analyse zur notwendigen Mathematik in der Physik der Sekundarstufe II sowie eine Benennung notwendiger mathematischer Fertigkeiten für einen flexiblen Umgang mit Mathematik beim Lösen physikalisch-mathematischer Probleme im Rahmen der Schul- und Hochschulbildung**,** Berlin: Logos.

Trump, S. & Borowski, A. (2015): Mathematik in der Physik der Sekundarstufe II – Wie und Welche? In: S. Bernholt (Hrsg.) Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik: Heterogenität und Diversität – Vielfalt der Voraussetzungen im naturwissenschaftlichen Unterricht, S. 370 – 3722.