

Mathematisches Modellieren im Physikunterricht der Sekundarstufe II

In der Schule stellt Modellierfähigkeit einen wichtigen Aspekt physikalischer Kompetenz dar (KMK, 2005). Allerdings haben deutsche Schülerinnen und Schüler große Probleme im Umgang mit Modellierungsaufgaben (Artelt et al., 2001). Der Modellierungskreislauf von Trump & Borowski (eing.) bildet modellierende Löseprozesse von mathematisch-physikalischen Problemstellungen ab. Nach der Validierung an einer Expertengruppe (Trump, 2015) wurde in dieser Studie die Eignung des Modells für die Schule anhand der erfolgreichen Lösungsprozesse von Schülerinnen und Schülern untersucht.

Theorie

Der mathematisch-physikalische Modellierungskreislauf besteht aus drei Wissenswelten: *Kontext/Physikaufgabe*, *Physik* und *Notwendige Mathematik*, die sich teilweise überlappen (siehe Abb. 1).

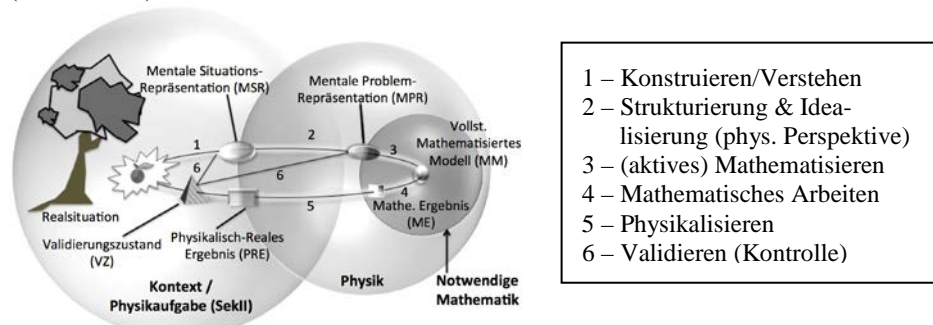


Abb. 1 Physikalisch-mathematischer Modellierungskreislauf (Trump & Borowski, eing.)

Der Kreislauf beginnt mit der Erstellung des Zustandes *Mentale Situations-Repräsentation (MSR)*. Dafür muss die gegebene Situation der Problemstellung verstanden werden. In der anschließenden Situationsanalyse wird die *MSR* vereinfacht und strukturiert, mit physikalischem Wissen beladen und somit die *Mentale Problem-Repräsentation (MPR)* erstellt, was wiederum einen Zugang zum *Vollständig Mathematisierten Modell (MM)* ermöglicht. Entsprechend der situativen Umstände wird das Wissen in Form von Darstellungen, Funktionen und Begriffen angepasst und akzeptiert, sodass das Problem nun auf rein mathematischer Ebene dargestellt wird. Durch mathematisches Arbeiten – vor allem durch technische Anwendungen, wie Umformungen und Berechnungen – kann das zuvor mathematisierte physikalische Problem nun gelöst werden, woraufhin das *Mathematische Ergebnis (ME)* entsteht. Durch physikalisches Wissen und in Bezug auf die *MSR* oder auf die *MPR* wird das Ergebnis interpretiert und wird somit zum *Physikalisch-Realen Ergebnis (PRE)*. Aufgrund von Unsicherheiten oder aus Gründen der Selbstkontrolle kann es im *Validierungszustand (VZ)* zu einer kritischen Überprüfung und gegebenenfalls zur Korrektur vorheriger Zustände kommen (Trump & Borowski, eing.). Die wichtigsten Ergebnisse der Expertenstudie, bei der Physik-Doktorierende zwei Aufgaben lösten, waren (Trump, 2015):

- Alle sechs theoretisch postulierten Zustände waren rekonstruierbar.
- Vor- und Rückschritte waren üblich.

- Es traten signifikant häufiger benachbarte als nicht benachbarte Zustandswechsel auf, die zudem häufiger vorwärts gerichtet waren.

Es hat sich somit gezeigt, dass die kreislaufartige Darstellung des Modells von Trump (2015) Rechtfertigung findet und dass Experten beim Lösen von physikalisch-mathematischen Problemaufgaben insofern strukturiert vorgehen, als dass sie häufig vorwärts gerichtete und benachbarte Schritte ausführen.

Forschungsfragen

Damit ergeben sich zur Überprüfung der Übertragbarkeit des Kreislaufs auf die Anwendung in der Schule folgende Forschungsfragen:

FF 1: Sind die theoretisch postulierten Zustände des Modells in den Lösungen von erfolgreichen Schülerinnen und Schüler nachweisbar und unterscheidbar?

FF 2: Findet das strukturierte Vorgehen eine Abbildung in den erhobenen Lösungen erfolgreicher Schülerinnen und Schüler?

Im Vergleich zu den Experten ergibt sich die Forschungsfrage:

FF 3: Inwieweit unterscheidet sich das Vorgehen erfolgreicher Schülerinnen und Schüler von dem der Expertengruppe von Trump (2015)?

Design

Die Studie wurde in Anlehnung an die Expertenstudie von Trump (2015) konzipiert an welcher N=18 erfolgreiche Physik-Doktorierende teilnahmen. Es haben insgesamt 14 Schülerinnen und Schüler aus den Leistungskursen Physik eines mathematisch-naturwissenschaftlich orientierten Gymnasiums teilgenommen. 6 Schülerinnen und Schüler lösten dabei die ihnen gestellte Aufgabe erfolgreich, sodass sich für die Auswertung eine Probandenzahl von N=6 ergibt. Die zu lösende Abituraufgabe ist auf Sekundarstufen-II-Niveau inhaltlich relevant und insofern repräsentativ für die Modellierung physikalischer Problemstellungen, als dass alle theoretisch postulierten Modellierungsschritte vorkommen (siehe Abb. 1). Sie ist weder nur durch ein physikalisch-konzeptuelles Verständnis lösbar, noch durch bloßes Erinnern von Fakten, da eine Formel an die gegebene Situation angepasst werden muss, wobei der Schwerpunkt auf der Mathematisierung liegt. Mit dem Ziel, die kognitiven Prozesse und die generierten mentalen Modelle ohne störende Einwirkung von Außen sichtbar zu machen, wurde als Erhebungsmethode die Think-Aloud-Methode ausgewählt (van Someren, Barnard & Sandberg, 1994). Nach einer Übungsphase lösten die Probanden die Aufgabe und sprachen dabei ihre Gedanken während der Lösungserstellung laut aus. Zur Dokumentation wurden ein Smartpen und eine Videokamera verwendet. Zunächst wurden dann die durch den Smartpen aufgezeichneten Lösungsprozesse nach Regeln von van Someren et al. (1994) transkribiert. Danach wurden die Videos gesichtet, um die Handlungen den entsprechenden Aussagen hinzuzufügen und das Handgeschriebene wurde als Bild im Transkript ergänzt. Diese Transkripte wurden anschließend nach dem Kodiermanual von Trump (2015) kodiert, welches entsprechend der qualitativen Inhaltsanalyse nach Mayring (2010) entwickelt und an der Expertengruppe validiert wurde. Dabei waren Handlungen Indikatoren für die theoretischen Zustände. 42% des Datenmaterials wurden von zwei Ratern doppelt kodiert (Cohens-Kappa $\kappa=.83$).

Ergebnisse

Insgesamt konnten mit dem Manual N=198 der theoretisch postulierten Zustände rekonstruiert und empirisch unterschieden werden. Ungefähr 15% der Textpassagen trugen nicht zum Löseprozess bei und ließen sich keinem der Zustände zuordnen. Der Zustand MM tritt mit 28% am häufigsten auf, gefolgt von den Zuständen ME mit 24%, MPR mit 19% und MSR mit 15%. Die Zustände PRE mit 8% und VZ mit 4% treten am seltensten auf. Somit können alle Zustände und die jeweils damit einhergehenden Handlungen des Kreislaufs als

in den individuellen Prozessen von erfolgreichen Schülerinnen und Schülern empirisch unterscheidbar und rekonstruierbar angesehen werden.

Bei allen erfolgreichen Schülerinnen und Schülern wurden häufiger benachbarte als nicht benachbarte Schritte rekonstruiert. Die mittlere relative Häufigkeit beträgt für benachbarte Schritte 76.33% (SD=5.75%) und 23.67% (SD=5.75%) für nicht benachbarte Schritte. Der zweiseitige parametrische t-Test für abhängige Stichproben ergibt einen statistisch signifikanten Unterschied mit großem Effekt zwischen Schritten benachbarter Zustände und nicht benachbarter Zustände ($t(5)=11.22$; $p<0.01$; $d_z=4.58$). Weiterhin lässt sich feststellen, dass bei den Schritten benachbarter Art die vorwärts gerichteten signifikant häufiger auftreten als die rückwärts gerichteten. Auch hier ist die Effektstärke hoch ($t(5)=6.98$; $p<0.01$; $d_z=3.12$). Unter der Annahme, dass unter Strukturiertheit der theoretisch postulierte Problemlöseprozess verstanden wird, kann auf Basis der erhobenen Daten von erfolgreichen Schülerinnen und Schülern im Mittel ein strukturiertes Vorgehen erkannt werden.

Zum Vergleich der absoluten, probandenbezogenen Zustandsanzahl wurde der zweiseitige Mann-Whitney-U-Test herangezogen, da die Zustandsanzahl der erfolgreichen Schülerinnen und Schüler zwar normalverteilt ist ($x_{arithm}=32$), die der Expertengruppe aber nicht ($x_{arithm}=26$; $x_{med}=21$). Er ergab keinen signifikanten Unterschied ($\alpha=5\%$; $U_{krit}=24$; $\min(U)=32$). Für den Vergleich der mittleren relativen Zustandshäufigkeiten, die sich durch die probandenweise Normierung der Zustandshäufigkeit eines Zustands ergeben haben, wurde aufgrund der Datenverteilung der Welch-Test durchgeführt. Er ergibt für keinen der sechs Zustände einen signifikanten Unterschied. Zum Vergleich der relativen Häufigkeit der einzelnen Schritttypen¹ (bei einer 5%-Hürde) konnte durch den zweiseitigen Mann-Whitney-U-Test bei allen acht Schritten kein signifikanter Unterschied zwischen beiden Gruppen festgestellt werden. Insgesamt ist folglich feststellbar, dass die *erfolgreichen* Schülerinnen und Schüler ähnlich strukturiert vorgehen, wie die Experten.

Es hat sich gezeigt, dass durch den physikalisch-mathematischen Modellierungskreislauf auch Schülerlösungsprozesse rekonstruierbar sind. Er erscheint somit als geeignet für die Anwendung in der Schule beispielsweise als Diagnoseinstrument für Schwierigkeiten oder zur Aufgabenentwicklung, wobei in diesem Bereich weitere Untersuchungen notwendig und geplant sind. Zu bedenken ist natürlich, dass die Stichprobe der erfolgreichen Schülerinnen und Schüler mit $N=6$ sehr klein ist, was Einbußen bei der Verallgemeinerbarkeit zur Folge hat. Eine größere Stichprobe, Untersuchungen an verschiedenen Schulen und das Entwickeln und Testen weiterer Aufgaben kann gesichertere Ergebnisse hervorbringen und gleichzeitig die Grundlage bieten, mögliche Schwierigkeiten genauer zu untersuchen.

Literatur

- Artelt, C., Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., ... Weiß, M. (Hrsg.) (2001). PISA 2000. Zusammenfassung zentraler Befunde. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung
- [KMK] Ständige Konferenz der Kultusminister der Länder der Bundesrepublik Deutschland (2005) Bildungsstandards im Fach Physik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 16.12.2004. München: Luchterhand
- Mayring, P. (2010). Qualitative Inhaltsanalyse. Grundlagen und Techniken. Weinheim: Beltz
- Trump, S. (2015). Mathematik in der Physik der Sekundarstufe II?! Eine systematische Analyse zur notwendigen Mathematik in der Physik der Sekundarstufe II sowie eine Benennung notwendiger mathematischer Fähigkeiten für einen flexiblen Umgang mit Mathematik beim Lösen physikalisch-mathematischer Probleme im Rahmen der Schul- und Hochschulbildung (Dissertation). Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät. Universität Potsdam
- Trump, S. & Borowski, A. (eing.). Mathematisches Modellieren in der Physik – Ein Modell zur Beschreibung notwendiger Fertigkeiten im Umgang mit Mathematik in der Physik
- van Someren, M. W., Barnard, Y. F. & Sandberg, J. A. C. (1994). The Think Aloud Method. A practical guide to modelling cognitive processes. London: Academic Press

¹ Schritte, die häufiger als 5% auftreten, sortiert nach Rangfolge der Schülerinnen und Schüler: MM→ME, ME→MM, MPR→MM, MM→MPR, MSR→MPR, ME→PRE, MPR→MSR, MSR→MM