

Dennys Gahrman¹
 Andreas Borowski¹
 Irene Neumann²

¹Universität Potsdam
²IPN Kiel

Höhere mathematische Kompetenz in der Studieneingangsphase?

Einer der wichtigsten Prädiktoren für den Studienerfolg ist das akademische Vorwissen (z.B. Rach & Heinze, 2016). In der Studieneingangsphase Physik ist neben dem physikalischen insbesondere das mathematische Vorwissen von großer Relevanz (Buschhüter, Spoden & Borowski, 2016; Müller, Stender, Fleischer, Borowski, Dammann, Lang & Fischer 2018). Bereits 1978 wurde von Krause und Reiners-Logothetidou ein Studieneingangstest für Physiker:innen eingesetzt, der in 45 Items das mathematische und in 47 Items das physikalische Vorwissen erfasst. 2013 wurde dieser Studieneingangstest erneut eingesetzt (Buschhüter et al., 2016) und es zeigte sich im Vergleich zu 1978, dass die Studienanfänger:innen nicht grundsätzlich besser oder schlechter waren, sondern bestimmte Anforderungen schlechter, andere dafür besser bewältigen konnte. Dieser Befund ist nicht verwunderlich, haben sich Schule und Hochschule in diesen 35 Jahren doch gewandelt (z.B. Einführung von Bachelor/Master). Seit 2013 gab es ebenfalls einige Änderungen, wie beispielsweise die Einführung der Bildungsstandards Physik für die Oberstufe (KMK, 2020). 2023 soll der Test erneut eingesetzt werden und damit ergeben sich zwei zentrale Fragen: (1) Inwieweit deckt der Studieneingangstest der 1978 entwickelt wurde ab, was heutzutage in der Schule gelernt bzw. gekonnt werden soll? (2) Welches Wissen bzw. Können wird von Hochschullehrenden der Physik zu Beginn des Studiums erwartet? Mit der Beantwortung dieser Fragen beschäftigt sich der vorliegende Beitrag am konkreten Beispiel des Mathematikteils des Studieneingangstests von 1978 sowie dessen Erweiterung mit Aufgaben aus etablierten Mathematiktestinstrumenten. Das Ziel besteht darin, eine Aktualisierung des Studieneingangstests zu erreichen.

Die Komplexität von Mathematik-Items wurde bereits aus einer mathematikdidaktischen Sicht analysiert und hat ergeben, dass die Aufgaben vorrangig die Rechenfähigkeiten adressieren und kaum Aufgaben mit höheren Komplexitätsstufen vorhanden sind (Heinze Neumann, Ufer, Rach, Borowski, Buschhüter, Greefrath, Halverscheid, Kürten, Pustelnik, & Sommerhoff, 2019). Dieser Analyse wurde das sogenannte KUM-Modell (Knowledge of Undergraduate Mathematics, Rach, Sommerhoff & Ufer, 2021) zugrunde gelegt. Das KUM-Modell differenziert vier Komplexitätsstufen in den vier Inhaltsbereichen Analysis, Infinitesimalrechnung, Lineare Algebra und Logik. Aufgaben auf Stufe 1 („Faktenwissen und prozedurales Wissen“) beziehen das bereits bekannte Wissen ein und fragen Routinen ab (z.B. Ableiten einer Polynomfunktion oder das Zeichnen einer Normalparabel in ein Koordinatensystem). Für Aufgaben der Stufe 2 („Grundlegendes, konzeptuelles Wissen“) werden vertraute Vorstellungen zu mathematischen Konzepten genutzt, die keinen Darstellungswechsel benötigen (z.B. Auffinden von fünf verschiedenen irrationalen Zahlen aus den reellen Zahlen). Für Aufgaben der Stufe 3 („Flexibles, konzeptuelles Wissen“) ist es nicht ausreichend, Faktenwissen zu besitzen (z.B. verschiedene Eigenschaften von Funktionen und Funktionsgraphen nutzen, um eine Funktionsgleichung zu bestimmen). Aufgaben auf

Stufe 4 („Flexibles, konzeptuelles Wissen inklusive formaler Notation“) erfordern darüber hinaus noch ein Verständnis der abstrakten Schreibweisen (z.B. Limes-Schreibweise; Nutzung des Differentials beim Ableiten (Rach et al. 2021).

Im Rahmen der Aktualisierung stellt sich die Frage, inwieweit höhere Komplexitätsstufen angesprochen werden müssen, um zum einen abzudecken, was Schüler:innen lernen und zum anderen, was Hochschuldozierende von Studienanfänger:innen als Lernvoraussetzungen erwarten (Borowski, Sumfleth & Ufer, im Druck). Im Rahmen der MaLeMINT-Studie (Neumann, Pigge & Heinze, 2017) hatte sich beispielweise gezeigt, dass diverse mathematische Inhalte durchaus auf einem höheren Verständnisniveau als dem reinen Anwenden von bekannten Kenntnissen und Routinen erwartet werden.

Methoden

Um den Mathematikteil des Studieneingangstests zu aktualisieren und den beschriebenen Anforderungen zu genügen wurden die Aufgaben der Version von 1978 zunächst von $N = 3$ Ratern in Bezug zur aktuellen, curricularen Eignung (Grundlage: Bildungsstandards, KMK, 2012) und zur Komplexität entsprechend des KUM-Modells eingeschätzt. Die als curricular valide eingeschätzten Items wurden ergänzt durch 35 weitere Items aus dem KUM-Katalog (Rach, et al., 2021). In einem Online-Umfragetool bewerteten schließlich Physik-Hochschullehrende die Items auf einer sechsstufigen Likert-Skala hinsichtlich der Notwendigkeit für ein Physikstudium. Konkret sollte für jedes der Items die folgende Frage beantwortet werden: „Wie relevant ist es aus Ihrer Sicht, dass Studierende die folgende Aufgabe zu Beginn des Studiums lösen können, um erfolgreich ins Physikstudium zu starten?“ Von den teilnehmenden $N=26$ Hochschullehrenden gaben mehr als 95 % an, dass sie sich eher der Experimentalphysik zugeordnet sehen. Alle Dozierenden haben außerdem die Einführungsveranstaltung bereits mindestens zweimal gehalten. Damit der spätere Studieneingangstest eine breite Akzeptanz unter den Physikdozierenden besitzt wurde ein Item für den neu konstruierten Studieneingangstest ausgewählt, wenn mindestens 75 % der Dozierenden das Item positiv (vier oder höher auf der Likert-Skala) bewertet haben. Auf Basis dieser Ergebnisse lassen sich einerseits die oben genannten Fragen beantworten und andererseits ein aktualisierter Studieneingangstest erstellen.

Ergebnisse

Bei der Bewertung der Items aus der Version von 1978 hinsichtlich ihrer curricularen Validität stimmten die Rater hoch überein ($\kappa = .68$). Items ohne Übereinstimmung wurden zu dritt diskutiert und ein Konsens erzielt. Als Ergebnis lagen 30 (von ursprünglich 45) curricular valide Items vor. Die als nicht geeignet eingeschätzten Items behandelten z.B. komplexe Zahlen, Aussagenlogik oder auch Additionstheoreme für trigonometrische Funktionen. Von diesen Items adressierten 24 die KUM-Stufe 1 (80 %), 4 die KUM-Stufe 2 (13 %), 2 die KUM-Stufe 3 (7 %), und keines die KUM-Stufe 4. Entsprechend wurden insbesondere Items der Stufen 2, 3 und 4 aus dem KUM-Katalog für die Befragung der Hochschullehrenden ausgewählt.

Die 68 Items, die von den Hochschullehrenden bewertet wurden, verteilten sich wie folgt auf die vier Komplexitätsstufen des KUM-Modells: Stufe 1 – 26 Items (38 %), Stufe 2 – 17 Items (25 %), Stufe 3 – 15 Items (22 %), Stufe 4 – 10 Items (15 %). Auf Basis des oben beschriebenen 75%-Kriteriums wurden von davon 46 Items für den aktualisierten

Studieneingangstest ausgewählt. Diese 46 Items zeigten die folgende Komplexitätsverteilung: Stufe 1 – 23 Items (50 %), Stufe 2 – 11 Items (24 %), Stufe 3 – 9 Items (20 %), Stufe 4 – 3 Items (6 %). Der Vergleich dieser beiden Verteilungen zeigt, dass die Hochschullehrenden tendenziell Items niedriger Komplexität als für einen Studieneinstieg notwendig erachten.

Diskussion

Das Expertenrating bzgl. der curricularen Validität bestätigte die Notwendigkeit, den Studieneingangstest von 1978 zu aktualisieren. Von den ursprünglichen Aufgaben wurden lediglich zwei Drittel als konform mit den aktuellen Bildungsstandards (KMK, 2012) bewertet. Aufgaben, die als nicht curricular valide eingeschätzt wurden, betrafen vornehmlich mathematische Inhalte, die eher formal und abstrakt sind (z.B. Berechnung des komplex Konjugierten einer komplexen Zahl, Negieren einer Aussage). Einige dieser Inhalte wurden bereits 2011 von der Konferenz der Fachbereiche Physik als im Studium zu behandeln klassifiziert.

In einem zweiten Schritt sollte die Frage geklärt werden, welches Komplexitätsniveau Physik-Hochschuldozierende erwarten. Dabei zeigte sich, dass vornehmlich Aufgaben, die Faktenwissen und Routinen, aber auch grundlegendes konzeptuelles mathematisches Wissen erfordern, als von Studienanfänger:innen zu lösen erwartet werden. Interessant hervorzuheben ist, dass bei dieser Befragung die Hochschullehrenden insbesondere Aufgaben zur Ableitung von Polynomfunktion und Exponentialfunktion als relevant einschätzten. Demgegenüber wurden Logikaufgaben, welche typische Implikationen abfragen und dabei auch reale Kontexte mit einbeziehen (wie etwa „Wenn die Straße nass ist, ...“) eher als irrelevant beurteilten. Erwartete Routinen beziehen sich also nicht nur auf Stoff der Sekundarstufe 1, sondern auch der Sekundarstufe 2 (z.B. Differential- und Integralrechnung). Aufgaben zur Logik, die 1978 noch in einer zu lösenden Aufgabe im Studieneingangstest verankert war, werden nun scheinbar nicht mehr erwartet.

Grundsätzlich decken sich die erwarteten mathematischen Inhalte in den als relevant eingeschätzten Aufgaben mit den Erwartungen, die im Rahmen der Delphi-Studie MaLeMINT (Neumann et al., 2017) von Hochschullehrenden der Mathematik-Lehrveranstaltungen in MINT-Studienfächern geäußert wurden (jenseits der Logik, die dort allerdings auch eher einen geringeren Stellenwert einnahm). Interessant ist allerdings, dass die hier befragte Expert:innengruppe aus Dozierenden der Physiklehreveranstaltungen den Fokus eher auf der Anwendung von Routinen sehen, während für Mathematiklehreveranstaltungen (insbesondere solche in Mathematikstudiengängen) die ganze Breite an Komplexitätsniveaus relevant scheint (vgl. Rach et al., 2021).

Aus beiden Ratings konnten nun 46 Items identifiziert werden, die in einer aktualisierten Auflage des Studieneingangstests zum Einsatz kommen können, und gleichzeitig genügen Überlapp zu den Versionen von 1978 und 2013 aufweisen, um Vergleiche ziehen zu können. Bei der Interpretation der Ergebnisse sollte allerdings berücksichtigt werden, dass im Physikstudium Mathematik in der Regel sowohl in anwendungsnahen Kontexten genutzt (z.B. Physik-Vorlesungen) als auch in Form klassischer Mathematikmodule belegt werden muss. Beide Perspektiven (die der Physik- und die der Mathematikhochschullehrenden) sind abzudecken, aus denen ggf. unterschiedliche Anforderungen an Studienanfänger:innen resultieren.

Literatur

- Borowski, A., Sumfleth, E., Ufer, S. (im Druck). Mathematik als Voraussetzung für das Fachstudium. Beispiele aus der Mathematik, Chemie und Physik. Erscheint in T. Rolfes, S. Rach, Ufer, S., Heinze, A. (Hrsg.): *Das Fach Mathematik in der gymnasialen Oberstufe*. Waxmann.
- Buschhüter, D., Spoden, C. & Borowski, A. (2016). Mathematische Kenntnisse und Fähigkeiten von Physikstudierenden zu Studienbeginn. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 22(1), 61–75. <https://doi.org/10.1007/s40573-016-0041-4>
- Heinze, A., Neumann, I., Ufer, S., Rach, S., Borowski, A., Buschhüter, D., Greefrath, G., Halverscheid, S., Kürten, R., Pustelnik, K. & Sommerhoff, D. (2020). Mathematische Kenntnisse in der Studieneingangsphase – Was messen unsere Tests? In A. Frank, S. Krauss & K. Binder (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2019: Bd. 53. Jahrestagung der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*. (Vol. 1 Münster Aufl., S. 345–348). Beltz Verlag.
- KFP (2011). *Empfehlung der Konferenz der Fachbereiche Physik zum Umgang mit den Mathematikkenntnissen von Studienanfängern der Physik*. Konferenz der Fachbereiche Physik
- KMK (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife*. Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland.
- KMK (2020). *Bildungsstandards für das Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife*. Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland.
- Krause, F. & Reiners-Logothetidou, A. (1981). Folgerungen aus dem Studieneingangstest Physik 1978: Vorschläge zum Abbau der festgestellten Defizite. *Physik Journal*, 37(9), 295–299. <https://doi.org/10.1002/phbl.19810370911>
- Müller, J., Stender, A., Fleischer, J., Borowski, A., Dammann, E., Lang, M. & Fischer, H. E. (2018). Mathematisches Wissen von Studienanfängern und Studienerfolg. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 24(1), 183–199. <https://doi.org/10.1007/s40573-018-0082-y>
- Neumann, I., Pigge, C. & Heinze, A. (2017). *Welche mathematischen Lernvoraussetzungen erwarten Hochschullehrende für ein MINT-Studium?* IPN - Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften und Mathematik.
- Rach, S. & Heinze, A. (2017). The Transition from School to University in Mathematics: Which Influence Do School-Related Variables Have? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(7), 1343–1363. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9744-8>
- Rach, S., Sommerhoff, D. & Ufer, S. (2021). KUM/MOAS: Technical Report - Knowledge for University Mathematics (KUM) and Mathematics Online Assessment System (MOAS). *Munich Center of the Learning Sciences: MCLS Reports, Nr. 1*.