

## Entwicklung eines linear skalierten Messinstruments für mathematisches Modellieren in der Chemie

### Modellieren in den Naturwissenschaften

Viele Modelle in den Naturwissenschaften beruhen ausgehend von den Beobachtungen realer Phänomene und deren Operationalisierung mithilfe mathematischer Hilfsmittel, Konzepte und Gesetzmäßigkeiten. Aus diesem Grund ist mathematisches Modellieren zentral für das Verständnis, die Entwicklung und Validierung einer Mehrheit von Modellen in den Naturwissenschaften. Die Fähigkeit Modelle im Sinne der Erkenntnisgewinnung zu bewerten, zu verändern und anzuwenden, wird als Modellierungskompetenz verstanden (Upmeyer zu Belzen & Krüger, 2010). Mit Hilfe von Modellierungszyklen kann der Modellierungsprozess theoriegeleitet in einzelne Schritte unterteilt werden.

Blum & Leiß (2005) entwickelten ein Kreislaufmodell für mathematisches Modellieren. Sie unterscheiden zwischen zwei Hauptdimensionen, dem *Rest der Welt* (der *reale* Probleme, deren Strukturierung, mathematische Beschreibung sowie die Interpretation und Bewertung mathematischer Ergebnisse umfasst) und der *Mathematik*. Die Übersetzung zwischen diesen Dimensionen wird als mathematische Modellierung verstanden; dies wurde theoretisch und testtheoretisch betrachtet und ein siebenstufiger Modellierungszyklus entwickelt. Ausgehend von einer *realen Situation/Problem* sind diese Schritte das *Verstehen der Realsituation durch Bildung eines Situationsmodells* (1), die *Vereinfachung und Strukturierung des Situationsmodells* mit Fokus auf das Problem (2), gefolgt von der *Mathematisierung* (3), die den Übergang zur Dimension *Mathematik* darstellt. Dort werden im vierten Schritt mit mathematischen Methoden *Ergebnisse* generiert (4). Diese wiederum werden zurück in den Kontext und damit in die Dimension *Rest der Welt* mit Fokus auf das Problem übersetzt (5). Nun werden diese Ergebnisse in Bezug auf den Kontext *validiert* (6) und es wird eine Antwort auf das konkrete Problem gegeben (7).

Ausgehend hiervon wurden weitere fachspezifische Modellierungszyklen abgeleitet. Goldhausen & Di Fuccia (2014) haben einen mathematischen Modellierungszyklus für das Fach Chemie erstellt. Dazu wurde eine zusätzliche Dimension *Chemie* hinzugefügt, die zwischen *Rest der Welt* und *Mathematik* angesiedelt ist. Dies sei an einer realen chemischen Situation illustriert: ein chemisches Experiment muss zunächst in fachspezifische Modelle übertragen werden, um eine Situation beschreiben und interpretieren zu können. Entsprechend wurden die Schritte des mathematischen Modellierungszyklus an die spezifischen Anforderungen chemischer Kontextualisierungen angepasst.

Im ersten Schritt wird ein Problem/Experiment auf makroskopischer Ebene identifiziert und ein *Situationsmodell* erstellt (1). Dieses wird in ein *chemisches Modell* (submikroskopische oder symbolische Ebene) übersetzt (Johnstone, 1991) (2). Das chemische Modell wird *mathematisiert* (3), wofür nach Kimpel (2018) tieferes Verständnis des Modells notwendig ist. Mit dem entwickelten mathematischen Modell können mit Hilfe von mathematischen Werkzeugen ähnlich wie bei Blum & Leiß (2005) (4), *mathematische Ergebnisse* generiert werden. Diese können dann in das chemische Modell zurückübersetzt (5) und auf ihre fachliche Validität überprüft werden (6), um schließlich auf das Experiment/Problem angewendet zu werden (7).

Modellierungszyklen bieten als Diagnosemodelle die Möglichkeit, einen Einblick in die komplexen kognitiven Prozesse der Lernenden während des Modellierens zu gewinnen. In der Mathematikdidaktik wurden Modellierungszyklen verwendet, um Testinstrumente zur Messung der mathematischen Modellierungsfähigkeit zu entwickeln (Haines, Crouch & Davis., 2001; Brand, 2014; Hankeln, Adamek & Greefrath, 2019). In allen Fällen wurden die Schritte eines Modellierungszyklus in empirisch begründete Kategorien unterteilt. Für diese Kategorien wurden Items konstruiert.

Da diese Art der Testentwicklung bisher nur für das mathematische Modellieren im Allgemeinen durchgeführt wurde, wurde in dieser Studie ein Instrument für mathematisches Modellieren in der Chemie entwickelt und mithilfe der vorgestellten Studie validiert.

### **Methodik & Design**

In Anlehnung an den Modellierungszyklus von Goldhausen & Di Fuccia (2014) und den methodischen Ansatz von Brand (2014) wurde ein Testinstrument zur mathematischen Modellierung entwickelt. Zu diesem Zweck ist der Zyklus in sechs Abschnitte (A1 – A6) unterteilt (Stöger & Nerdel, 2023). Vier Abschnitte (A1, A2, A4, A5) beschreiben jeweils den Wechsel zwischen den im Modell beschriebenen Dimensionen (Rest der Welt, Chemie und Mathematik). Für diese Kategorien wurden jeweils 12 Items aus verschiedenen chemischen Fachgebieten sowie unterschiedlichen Kontexten aus Natur und Technik konstruiert. Zusätzlich wurde die Kategorie A6 „Gesamtmodellieren“ hinzugefügt. In dieser Kategorie wurden die Lernenden gefragt, wie sie die Lösung einer Modellierungsaufgabe aus der Meta-Perspektive angehen würden. Aufgrund der Bearbeitungsdauer der umfangreichen Items Kategorie A6 wurden hierfür nur sechs Items entwickelt. Kategorie A3 stellt die Beantwortung mathematischer Aufgaben aus der Schulmathematik mit unterschiedlichem Schwierigkeitsgrad dar. Hierfür wurden zwölf mathematische Fachinhalte mit jeweils drei Aufgaben unterschiedlichen Schwierigkeitsgrades entwickelt. Entsprechend hat A3 als einzige Kategorie insgesamt 36 Items.

Jede dieser Kategorien konzentriert sich auf einen bestimmten Aspekt der mathematischen Modellierungsfähigkeit. So umfasst die Kategorie A1 Fragen, die sich auf das Verstehen und Konstruieren eines Problems sowie auf das Strukturieren und Vereinfachen von Problemen konzentrieren. Darüber hinaus umfasst diese Kategorie Aufgaben, bei denen relevante Aspekte eines Problems identifiziert oder geeignete chemische Modelle ausgewählt werden müssen. Kategorie A2 fokussiert die Mathematisierung des gewählten Modells. Das bedeutet, geeignete mathematische Formeln auszuwählen, mathematische Zusammenhänge zu beschreiben oder mathematische Formeln zu entwickeln. In der dritten Kategorie (A3) wird mathematisches Arbeiten geprüft; mathematische Konzepte, Arbeitsmethoden und Lösungen werden angewendet. In Kategorie A4 müssen mathematische Ergebnisse technisch eingeordnet werden; hierzu gehört Einheiten eines mathematischen Ergebnisses bestimmen, mathematische Ergebnisse und Variablen zuordnen oder mathematische Ergebnisse in den fachlichen Kontext einordnen. Die letzte Kategorie (A5) beschreibt die Interpretation des Ergebnisses unter Berücksichtigung der Ausgangssituation: ein Ergebnis wird auf seine Sinnhaftigkeit überprüft bzw. es wird geprüft, ob das Ergebnis zum verwendeten Modell passt. Alle Items haben geschlossenes Antwortformat mit fünf Antwortmöglichkeiten, eine richtige, zwei "plausible", die auf Fehlvorstellungen beruhen, und zwei falsche Antworten. Alle Aufgaben ( $N_{\text{ges}}=90$ ) wurden auf zwölf Testhefte verteilt (23 Items pro Testheft), die jeweils drei Items der Kategorien A1, A2, A4 und A5; neun Items der Kategorie A3 und zwei Items der Kategorie A6 enthielten. Um eine lineare Skala zu erhalten, wurden die kodierten

Datensätze (0=falsche Antwort; 1=plausible Antwort; 2=korrekte Antwort) mittels Rasch-Analysen ausgewertet (Boone, Staver & Yale, 2014). Für die Analyse wurde das Programm Winsteps (Version 5.3.4.0) verwendet.

An der Studie zur Validierung des Testinstruments nahmen 390 Studierende der Technischen Universität München und weiterer deutscher Universitäten teil. Zu diesem Zweck wurden Studierende der MINT-Fächer Chemie, Mathematik, Physik, Biologie und Maschinenbau befragt. Insgesamt wurden N=309 Datensätze analysiert. Anhand von zwölf vorab festgelegten Kriterien wurde die Qualität des Instruments untersucht.

### **Ergebnisse & Schlussfolgerungen:**

Auszugsweise werden hier die relevantesten Kriterien zur Analyse des Instruments beschrieben. Zunächst wurde überprüft, wie gut die Items zum Raschmodell passen. Hierfür wird der MNSQ-Outfit herangezogen. Dieser erlaubt einerseits eine Aussage über die Unidimensionalität der Kategorien und des Instruments zu treffen und andererseits die Qualität der einzelnen Items abzuschätzen. Nur bei acht der 90 Items wurde ein MNSQ Outfit außerhalb des akzeptablen Bereichs (Boone, Staver & Yale, 2014) bestimmt. Diese acht Items wurden für weitere Analysen verworfen.

Zusätzlich wurde die Reliabilität der einzelnen Kategorien als auch des Gesamtinstruments bestimmt. Dafür gilt ein Reliabilitätskoeffizient größer als .80 als erstrebenswert. Für unsere Kategorien ergaben sich folgende Reliabilitätswerte: Gesamtskala (A1-A6): 0,90; A1: 0,93; A2: 0,93; A3: 0,89; A4: 0,84; A5: 0,90; A6: 0,64). Entsprechend zeigt sich, dass alle Kategorien mit Ausnahme von A6 eine ausreichend gute Reliabilität aufweisen. Entsprechend sind die Kategorien A1 bis A5 präzise genug, um weiterverwendet werden zu können. Kategorie A6 hat eine zu niedrige Reliabilität und erfüllt somit dieses zwingende Qualitätskriterium nicht.

Als weiteres Qualitätsmerkmal wurden die Wright-Maps der einzelnen Kategorien betrachtet. Hierbei wird darauf geachtet, wie gleichmäßig die Items einer Kategorie über die gesamte Skala verteilt sind. Je gleichmäßiger die Items verteilt sind, desto besser sind sie in ihrer Gesamtheit als Messinstrument geeignet. Für die Prüfung dieser Verteilung ist der Separationsindex ein quantitatives Maß. Dieses Signal-Rausch-Verhältnis gibt an, wie gut die Schätzung der Itemschwierigkeit ist und damit auch wie gut sich die Items in ihrer Schwierigkeit voneinander unterscheiden lassen. Hier zeigt sich wie bei der Reliabilität ein analoges Bild. Der Separationswert für Kategorie A6 ist im Gegensatz zu den restlichen Kategorien zu gering (Sep.=1,34) (Linacre & Wright, 2000).

Darüber hinaus wurden die mittels Rasch-Analyse berechneten Persönlichkeitsfähigkeiten der Studierenden für eine Korrelationsanalyse herangezogen. Die Kategorie A3 korreliert z.B. mit den Kategorien A1, A2, A4, A5 und A6 [A1 ( $r=.191^{**}$ ,  $p=.006$ ,  $n=179$ ); A2 ( $r=.306^{**}$ ,  $p<.001$ ,  $n=202$ ); A4 ( $r=.295^{**}$ ,  $p<.001$ ,  $n=179$ ); A5 ( $r=.294^{**}$ ,  $p<.001$ ,  $n=177$ ), A6( $r=.048$ ,  $p=.517$ ,  $n=181$ )]. A1 bis A5 korrelieren paarweise miteinander, jedoch besteht kein Zusammenhang mit der Kategorie A6. Da letztere sich konzeptuell von den übrigen Kategorien unterscheidet, ist dies ein aus theoretischer Sicht erwartbares Ergebnis (A1-A5: Teilschritte im Kreislauf; A6: Metaperspektive auf den Kreislauf).

Jedoch ergab die Untersuchung Kriterien zusätzliche Schwierigkeiten bezüglich der Qualität von Kategorie A6. Dies stützt sich vor allem auf mangelnde Reliabilität sowie Validität dieser Kategorie. Entsprechend musste für das finale Instrument Kategorie A6 verworfen werden., so dass sich die Qualität des Gesamtinstruments verbessert hat.

### **Literatur:**

- Blum, W., & Leiß, D. (2005). Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. *Mathematik lehren* (128), p. 18-21, Karlsruhe.
- Boone, W. J., Staver, J. R., & Yale, M. S. (2013). *Rasch analysis in the human sciences*. Springer Science & Business Media.
- Brand, S. (2014). *Erwerb von Modellierungskompetenzen: Empirischer Vergleich eines holistischen und eines atomistischen Ansatzes zur Förderung von Modellierungskompetenzen*. Springer-Verlag.
- Goldhausen, I., Di Fuccia, D.-S., (2014) *Mathematical Models in Chemistry Lessons*, Proceedings of the International Science Education Conference (ISEC) 2014, 25-27 November 2014, National Institute of Education, Singapore
- Goldhausen, I. (2015). *Mathematische Modelle im Chemieunterricht*. Dissertation. Universität Kassel.
- Haines, C., Crouch, R., & Davis, J. (2001). Understanding students' modelling skills. In *Modelling and mathematics education* (pp. 366-380). Woodhead Publishing.
- Hankeln, C., Adamek, C., & Greefrath, G. (2019). Assessing sub-competencies of mathematical modelling—Development of a new test instrument. In *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp. 143-160). Springer, Cham.
- Johnstone, A. H. (1991). Why is science difficult to learn? Things are seldom what they seem. *Journal of computer assisted learning*, 7(2):75-83.
- Kimpel, L. (2018). *Aufgaben in der Allgemeinen Chemie: zum Zusammenspiel von chemischem Verständnis und Rechenfähigkeit* (Vol. 249). Logos Verlag Berlin GmbH.
- Linacre, J. M., & Wright, B. D. (2000). Winsteps. URL: <http://www.winsteps.com/index.htm> [accessed 2013-06-27]
- Stöger, B., Nerdel, C. (2023). Mathematisches Modellieren in der Chemie – empirische Validierung eines Modellierungskreislaufes mithilfe eines Kompetenztests. In van Vorst, H. (Hrsg.), *Lernen, Lehren und Forschen in einer digital geprägten Welt*. Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik, Jahrestagung in Aachen 2022 (S. 576-579), Aachen.
- Upmeier zu Belzen, A., Krüger, D. (2010). *Modellkompetenz im Biologieunterricht*. Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften. 16(1):41-57