

Niklas Weiß¹
Yvonne Kretzer¹
Larissa Hahn¹
Pascal Klein¹
Stefan Klumpp¹

¹Universität Göttingen

Modellierung von Blickbewegungen bei der Beurteilung der Divergenz von Vektorfeldern

Motivation

Die Fähigkeit, Formeldarstellungen visuell zu interpretieren, ist eine grundlegende Komponente des Verständnisses von mathematischen und physikalischen Konzepten. Diese Übersetzungsleistung wird bei der Beurteilung der Divergenz zweidimensionaler Vektorfelder relevant. Bei einer Eye-Tracking Studie mit 141 Studienanfänger:innen (Klein et al., 2021) wurde gezeigt, dass systematische Augenbewegungen in horizontale und vertikale Richtung auf ein korrektes Vorgehen bei der Lösung solcher Probleme hinweisen. Den Teilnehmenden wurde dabei die Strategie der Vektordekomposition sowie der Vergleich benachbarter Vektorpfeile zur Divergenzbeurteilung vermittelt. Eine Darstellung der Sakkadenbewegungen durch eine symbolische Dynamik ermöglicht die quantitative Analyse und die Modellierung der Blickbewegungen. Damit wird untersucht, ob die Studierenden diese Strategie anwenden und inwieweit sie zu einer Verbesserung bei der Beurteilung der Divergenz führt.

Methodik

An der Studie von Klein et al. (2021) nahmen 141 Physikanfänger:innen der Technischen Universität Kaiserslautern teil. Auf einer Instruktionssseite wurde als Strategie zur Beurteilung von Vektorfelddiagrammen hinsichtlich der Divergenz instruiert, die Vektorpfeile in ihre Komponenten zu zerlegen und dann benachbarte Vektorpfeile zu vergleichen. Im Anschluss sollten die Studierenden die Divergenz von acht verschiedenen Vektorfeldern beurteilen, wobei ihre Blickbewegung mithilfe einer Eye-Tracking-Apparatur (Tobii X3-120) aufgezeichnet wurde (Alemdag et al., 2018, Hahn et al., 2022).

Nun soll untersucht werden, ob es auch ein erhöhtes Vorkommen von gerichteten Sakkadenketten - also mehreren aufeinanderfolgenden Sakkadenbewegungen in eine Richtung - gibt und ob dies mit einer verbesserten Beurteilung der Divergenz korreliert. Dazu wurden die Sakkadenbewegungen in eine symbolische Dynamik (Daw et al., 2003) basierend auf der Blickrichtung übersetzt: Für horizontale und vertikale Bewegungen wurden die Symbole „h“ und „v“ verwendet, während alle anderen Bewegungen als „o“ (other) zusammengefasst wurden. Bewegungen, die außerhalb des Vektorfeldes beginnen oder enden, wie beispielsweise beim Blick auf die Instruktion, wurden als „p“ (pause) codiert. Auf diese Weise wird für jeden Studierenden und jedes Vektorfeld die Blickbewegung durch eine individuelle Symbolkette dargestellt. Um die Analyse zu präzisieren, wurden die kürzesten Ketten jedes Vektorfeldes aus den Daten entfernt, sodass schließlich 85 Ketten übrig blieben. Anschließend wurden aus den Symbolketten die Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den Symbolen berechnet. Die Matrix der

Übergangswahrscheinlichkeiten definiert ein Markov-Modell für die Augenbewegung, welches neue Symbolketten erzeugt. Für jede experimentelle Kette wurden 100 Ketten simuliert, wobei die Länge der simulierten Ketten den experimentellen Ketten entsprach. Aus mehreren Sakkaden bestehende längere Bewegungen in dieselbe Richtung werden als „k-run“ bezeichnet, wobei k die Länge des entsprechenden runs angibt. Ein vertikaler 3-run wäre demnach „v_vv“. Zum Vergleich der Ketten untereinander wurden zwei verschiedene Metriken definiert. Die „k-run occurrence“ (k-RO) gibt an, ob ein run der Länge k auftritt, der Wert ist also entweder 1 oder 0. Die „k-run fraction“ (k-RF) beschreibt den Prozentsatz aller gleichen Symbole in einer Ketten, die Teil eines runs der Länge k oder länger sind. Dadurch ist die k-RF unabhängig von der Gesamtlänge der Ketten und der Häufigkeit des Vorkommens des Symbols.

Da im Markov-Modell jedes Symbol nur vom vorherigen Symbol abhängt, lässt sich durch den Vergleich der simulierten und experimentellen Ketten analysieren, ob bestimmte runs aufgrund strategischen Vorgehens über- oder unterrepräsentiert sind.

Ergebnisse

Zunächst wird der Fokus auf Vektorfeld 4 (VF 4) gelegt. Dieses Vektorfeld hat eine konstante Vektorkomponente in vertikaler Richtung und eine sich in vertikaler Richtung ändernde horizontale Komponente, es ist also divergenzfrei. Dies ist das Vektorfeld mit der geringsten Antwortkorrektheit (42%). In der Studie von Klein et al. (2021) wurde beschrieben, dass bei diesem Vektorfeld eine höhere Anzahl an vertikalen Sakkaden mit einer korrekten Lösung korreliert ist.

Nach Konstruktion des Modells haben die experimentellen und simulierten Sakkaden gleich viele 1-runs (769 im Experiment/771 in der Simulation). Die Simulation weist vermehrt 2-runs (250/323) und 3-runs (121/136) auf, während im Experiment 4-runs zu beobachten sind

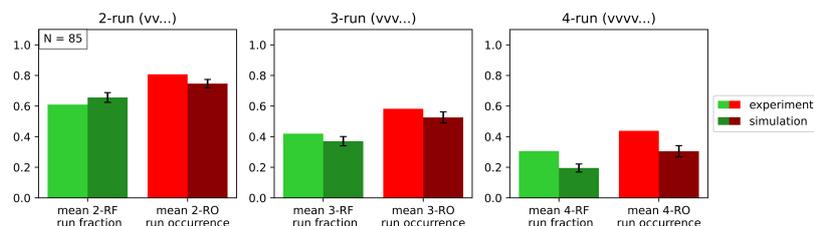


Abb. 1: Werte der k-RF und k-RO für vertikale Sakkaden für VF 4: Vergleich von Experiment und Simulation. Der Fehlerbalken in der Simulation ist der Standardfehler.

(71/56). Dies verdeutlichen auch die Metriken:

In Abb.1 ist die k-RF und k-RO jeweils für vertikale 2-, 3- und 4-runs dargestellt, aufgeteilt für die experimentellen und simulierten Daten. Bei 4-runs ist die 4-RF im Experiment höher, was auf eine Überrepräsentation von längeren runs hindeutet. Auch die 3-RF ist im Experiment höher, obwohl die totale Anzahl an 3-runs in der Simulation größer war. Da beide Datensätze dieselben Übergangswahrscheinlichkeiten haben, sind folglich 2-runs leicht unterrepräsentiert. Auch die k-RO ist im Experiment höher, allerdings ist die Rate für

das Auftreten längerer runs mit 0.44 bei der 4-RO relativ gering. Das bedeutet, dass mehr als die Hälfte der Sakkadenketten keine runs in vertikaler Richtung aufweisen.

In Abb. 2 werden die 4-Runs von Studierenden mit korrekter und inkorrektur Bewertung der Divergenz verglichen, wobei für die Simulation jeweils eigene Übergangswahrscheinlichkeiten innerhalb der beiden Gruppen bestimmt wurden. Insgesamt haben 69% der Symbolketten mit korrekter Divergenzbeurteilung einen 4-run, während dies bei nur etwa 25% der Ketten mit inkorrektur Beurteilung der Fall ist. Längere Symbolketten korrelieren folglich mit einer korrekten Divergenzbeurteilung. Der Vergleich mit der Simulation zeigt, dass 4-runs sowohl bei korrekten als auch bei inkorrekten Antworten überrepräsentiert sind.

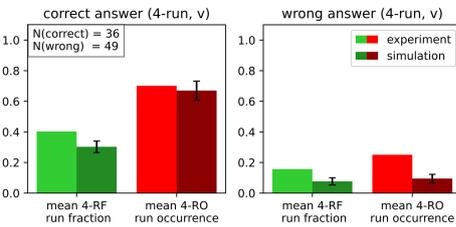


Abb. 2: 4-RF und 4-RO für korrekte (links) und inkorrekte (rechts) Divergenzbeurteilung in VF 4.

Der Vergleich mit der Simulation zeigt, dass 4-runs sowohl bei korrekten als auch bei inkorrekten Antworten überrepräsentiert sind.

Abb. 3 zeigt die Differenzen in der 4-RF zwischen Studierenden mit richtiger und falscher Antwort für alle Vektorfelder. Mit Ausnahme von VF 2 ist die 4-RF bei Studierenden mit korrekter Divergenzbeurteilung bei mindestens einer Komponente höher. Besonders ausgeprägt ist diese Differenz bei VF 4, VF 6 und VF 8, wobei die Vektorkomponenten der entsprechenden Richtung variabel sind.

	h/v Vektor-Komponenten	Differenz 4-RF h	Differenz 4-RF v
VF 1	Null/Variabel	0.118 (0.082)	0.052 (0.090)
VF 2	Null/Konstant	-0.080 (0.100)	0.077 (0.092)
VF 3	Variabel/Null	0.133 (0.133)	0.073 (0.039)
VF 4	Konstant/Variabel	0.083 (0.084)	0.227 (0.111)
VF 5	Variabel/Konstant	0.079 (0.141)	0.111 (0.092)
VF 6	Null/Variabel	0.100 (0.110)	0.205 (0.084)
VF 7	Konstant/Null	0.023 (0.112)	0.113 (0.107)
VF 8	Variabel/Variabel	0.241 (0.096)	0.113 (0.156)

Abb 3: Differenzen der horizontalen (h) und vertikalen (v) 4-RF des Experiments zwischen korrekter und inkorrektur Antwort für alle acht Vektorfelder. In Klammern ist der Standardfehler angegeben, welcher über das Bootstrapping-Verfahren bestimmt wurde. Dunklere Farbe bedeutet eine höhere Differenz hinsichtlich des Standardfehlers.

Diskussion und Ausblick

Die Analyse der Augenbewegungen von Studierenden bei der Beurteilung der Divergenz von Vektorfeldern hat gezeigt, dass lange Sakkadenketten in der Richtung, in welcher das Vektorfeld variabel ist, gegenüber einem minimalen Markov-Modell überrepräsentiert sind. Dies legt die Interpretation nahe, dass die Studierenden bewusst die Strategie der Vektordekomposition und den Vergleich benachbarter Vektorpfeile anwenden, welche im Vorfeld instruiert wurde (Klein et al., 2021).

Zudem konnte gezeigt werden, dass Studierende, die längere Sakkadenketten aufweisen, auch häufiger die Divergenz des entsprechenden Vektorfeldes korrekt beurteilen. Allerdings sind beide Effekte bei verschiedenen Vektorfeldern unterschiedlich stark ausgeprägt, was weitere Untersuchungen erfordert. Es soll außerdem untersucht werden, inwiefern eine Vor-

hersage der korrekten Beurteilung der Divergenz anhand der eingeführten Metriken mit Machine Learning möglich ist.

Literatur

- Klein P., Hahn L. & Kuhn J. (2021). Einfluss visueller Hilfen und räumlicher Fähigkeiten auf die graphische Interpretation von Vektorfeldern: Eine Eye-Tracking-Untersuchung. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 27(1):181-201
- Alemdag E., Cagiltay K. (2018). A systematic review of eye tracking research on multimedia learning. *Computers & Education*, 125, 413-428
- Hahn, L. and Klein, P. (2022). Eye tracking in physics education research: A systematic literature review. *Phys. Rev. Phys. Educ. Res.* 18, 013102
- Daw C.S., Finney C.E.A. & Tracy E.R.. (2003) A review of symbolic analysis of experimental data. *Review of Scientific Instruments* 74, 915-930